# Øving 1

**Problem 1**

The portfolio of investment projects below has been proposed for a company for next year:

| Project | NPV (MUSD) | Cost (MUSD) |
|---|---|---|
| A | 100 | 61 |
| B | 60 | 28 |
| C | 70 | 33 |
| D | 65 | 30 |
| E | 50 | 25 |
| F | 50 | 17 |
| G | 45 | 25 |
| H | 40 | 12 |
| I | 40 | 16 |
| J | 30 | 10 |

i Develop a program (excel, python or matlab) to select the optimal portfolio of projects to maximize total portfolio net present value (NPV), given a total budget of USD 100 million. (This is a simple MILP or rather an integer (binary) linear programming.)

ii How would the portfolio and NPV change if the budget was increased to USD 110 million?

iii Because of corporate cost-cutting, the budget is reduced to USD 80 million. Which projects are now funded and what is the new NPV?

iv Based on your answers to parts (i) to (iii), can you draw any conclusions on which projects are likely to be funded regardless of the financial situation?

• Ønsker å maksimere NPV, med restriksjonen om at total kostnad < budsjett

• Koden er lagt ved i vedlegg

i)

```
Med budsjett på maks 100 MUSD:
Vil de optimale prosjektene være: ['B', 'C', 'F', 'H', 'J']
Da er NPV = 250.0, og kostnaden = 100.0
```

ii)

```
Med budsjett på maks 110 MUSD:
Vil de optimale prosjektene være: ['D', 'E', 'F', 'H', 'I', 'J']
Da er NPV = 275.0, og kostnaden = 110.0
```

iii)

```
Med budsjett på maks 80 MUSD:
Vil de optimale prosjektene være: ['E', 'F', 'H', 'I', 'J']
Da er NPV = 210.0, og kostnaden = 80.0
```

iv) F, H og J brukes for alle budsjettene, og de vil antakeligvis få midler uansett situasjonen. (Testet ned til 40 og opp til 150). Det er fordi de har størst gevinst per kostnad $\approx 3$

**Problem 2**

The following problem can be solved analytically or by use of a linear programming solver.

- A farmer wants to grow two different fruits A and B
- He has a field of size 100000 $m^2$
- Growing 1 tonne of A requires an area of 4000 $m^2$ while growing 1 tonne of B requires 3000 $m^2$
- Fruit A requires 60 kg fertilizer per tonne grown.
- Fruit B requires 80 kg fertilizer per tonne grown.
- The price of 1 kg fertilizer is 1.
- The profit for A is 7000 per tonne (including fertilizer cost)
- The profit for B is 6000 per tonne (including fertilizer cost)
- The farmer can legally use up to 2000 kg of fertilizer.
- What is the optimal area distribution of fruit A and B?

- La a være areal brukt til frukt A. Og b være areal til frukt B
- Ønsker å maksimere

$$J(a,b) = \frac{7000}{4000} \cdot a + \frac{6000}{3000} \cdot b$$

- Har 100 000 $m^2$ jord $\Rightarrow a + b \leq 100\,000$
- Kan maksimalt bruke 2000 kg gjødsel $\Rightarrow h(a,b) = \frac{60}{4000} a + \frac{80}{3000} b \leq 2000$

$$\Rightarrow A\vec{x} \leq \vec{b}$$

$$\text{Hvor } A = \begin{pmatrix} 60/4000 & 80/3000 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2000 \\ 100\,000 \end{pmatrix}$$

Koden er lagt ved som vedlegg

```
Optimalt bør 57142.86 m2 brukes til frukt A, og 42857.14 m2 brukes til frukt B
```

**Problem 3**

Find the optimal final time, $t_f$, of a batch reactor by maximizing the objective function $J$. The function is

$$J = (100c_B(t_f) - 30c_A(0))/t_f$$

The reactions taking place can be modelled by the following differential equations

$$\begin{aligned} \frac{dc_A}{dt} &= -2r_1 \\ \frac{dc_B}{dt} &= r_1 - r_2 \\ \frac{dc_C}{dt} &= r_2 \\ r_1 &= 9 \cdot 10^{-4} c_A^2 \\ r_2 &= 1 \cdot 10^{-3} c_B \end{aligned}$$

where $c_A(0) = 100$ kmol/$m^3$, $c_B(0) = 0$ and $c_C(0) = 0$.

- Ønsker å maksimere $J$
- Som avhenger av $C_B$, og $t$ (eller $t_f$)
- $dC_B$ er avhengig av $r_1$ og $r_2$, som igjen er avhengig av $C_A$ og $C_B$

$\Rightarrow$ Trenger ikke $\frac{dC_C}{dt}$ -likningen

Setter opp kode for problemet

$\Rightarrow$

```
tf = 18.83 s
```