Øving 4

1

Aluminum atomer skal diffunderes inn i en Si wafer ved bruk av en kombinasjon av predeponering og "drive-in" diffusjon varmebehandling. Varmebehandling for predeponering skal gjennomføres ved 975°C over en periode på 1.25 timer. Bakgrunnskonsentrasjonen av Al i silisium er oppgitt til å være $1.75\cdot10^{19}$ atomer/m^3. Overflatekonsentrasjonen av Al er konstant, og lik $4\cdot10^{26}$ atomer/m^3.

Temperaturen under «drive-in» prosessen er 1050 ºC. Bestem tiden (t_d) som er nødvendig for å oppnå en dybde på p-n overgangen («junction depth») på x_j = 1.75 µm.

For diffusjon av Al in Silisium, vil diffusjonskoeffisienten kunne bestemmes basert på Q_d = 3.41 eV/atom, D_0=1.38 $\cdot10^{-4}$ m^2/s.

Hint: Her er det mest hensiktsmessig å bestemme t_d numerisk. Bruk Excel, Matlab eller lignende- t_d skal ligge i intervallet 2000-5000 sek.

```python
import scipy.optimize
from scipy.optimize import fsolve
import numpy as np

# Gitte konstanter
Qd = 3.41  # eV/atom
D0 = 1.38*10**(-4)  # m2/s
k = 8.617*10**(-5) # eV/atom K

# Predeponering
Tp = 975+273.00  # K
CB = 1.75*10**19  # atomer/m3
Cs = 4*10**26  # atomer/m3
tp = 1.25*60**2  # s

# Drive-in
xj = 1.75*10**(-6)  # m
Td = 1050+273.00  # K


# Finner Dd
Dd = D0 * np.exp(-(Qd)/(k*Td))

#Finner Dp
Dp = D0 * np.exp(-(Qd)/(k*Tp))

#Finner Q0
Q0 = 2*Cs*np.sqrt(Dp*tp/np.pi)

#Definerer likningen
def equation(td):
    return xj - 2*np.sqrt(Dd*td)*np.sqrt(np.log(Q0/(CB*np.sqrt(np.pi*Dd*td))))

# Løser likningen
td = fsolve(equation, [2000,5000])
print(f"td = {td[0]:.2f} s")
```

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{Q_d}{RT}\right)$$

$$Q_o = 2C_s\sqrt{\frac{D_p t_p}{\pi}}$$

$$x_j = 2\sqrt{D_d t_d}\left(\ln\left(\frac{Q_o}{C_B\sqrt{\pi D_d t_d}}\right)\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t_d = 3450{,}59\ s}}$$

2

En aluminiumsstav med lengde 125 mm og tverrsnittsareal på 16,5mm x 16,5mm dras i strekk med en kraft på 66 700 N, og oppnår da en forlengelse på 0,43 mm. Anta fullstendig elastisk deformasjon og beregn elastisitetsmodulen til aluminium.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{66\,700\ \text{N}}{(16{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2} = 2{,}45 \cdot 10^{8}\ \text{Pa}$$

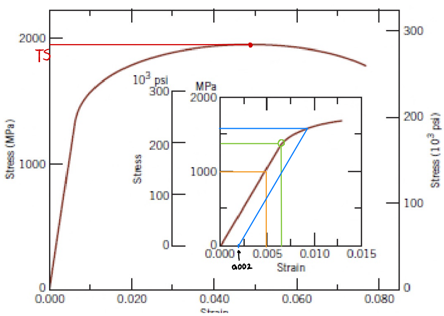
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{0{,}43\ \text{mm}}{125\ \text{mm}} = 3{,}44 \cdot 10^{-3}$$

Fra Hookes lov: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{2{,}45 \cdot 10^{8}}{3{,}44 \cdot 10^{-3}}\ \text{Pa}$

$$E = 71{,}2\ \text{GPa}$$

3

Figuren under viser forløp for spenning-tøyning i strekk for an stållegering.
(a) Hva er elastisitetsmodulen?
(b) Hva er proporsjonalitetsgrensa?
(c) Hva er flytegrensen (yield strength) ved en tøyning-off-set på 0,002?
(d) Hva er strekkfasthet?



a) $E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$

$$E = \frac{(1000 - 0)\ \text{MPa}}{0{,}005 - 0} = 200\ \text{GPa}$$

b) Kurven slutter å være lineær ved ca. 1400 MPa

$\sigma = 1400\ \text{MPa}$

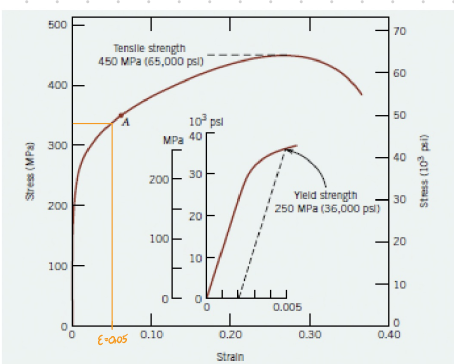
c) $\sigma_y \approx 1600\ \text{MPa}$

$\sigma_y = 1600\ \text{MPa}$

d) Strekkfasthet er den maksimale stresset materialet tåler før det går til brudd/ "begynner å revne". På kurven er det toppunktet på grafen, $TS \approx 1950\ \text{MPa}$

4

En sylindrisk messingprøve som har en lengde på 100 mm må kun forlenges 5 mm når en strekkraft på 100 000 N blir lagt på. Under disse betingelsene; hva må radien på prøven være? Anta at denne messinglegeringen har spenning-tøyning-oppførsel som vist i figuren under.



$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{5\ \text{mm}}{100\ \text{mm}} = 0{,}05$$

$\Rightarrow \sigma = 340\ \text{MPa}$

$$A = \frac{F}{\sigma}, \quad A = \pi r^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{F}{\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{100\ 000\ \text{N}}{\pi \cdot 340 \cdot 10^{6}\ \text{Pa}}}$$

$$r = 9{,}68\ \text{mm}$$

5

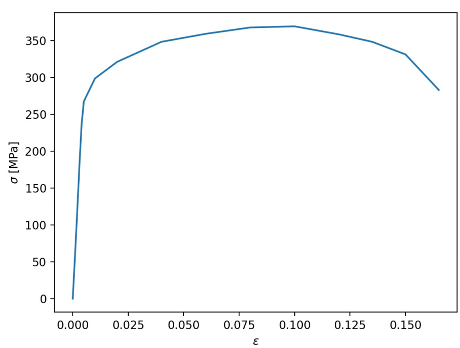
En sylindrisk prøve av aluminium med diameter 12,8 mm og en målelengde på 50,8 mm utsettes for strekk. Bruk verdiene i tabellen under til oppgavene a) til f).

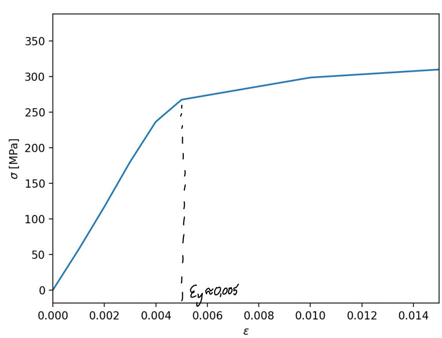
(a) Plott data som spenning (engineering stress) versus tøyning (engineering strain). Lag gjerne to plott, et som tilsvarer hele spenning- tøynings kurva, og et som er mer detaljert i det elastiske deformasjonsområdet (f.eks opp til en tøyning på 0.012).
(b) Beregn elastisitetsmodulen.
(c) Bestem flytegrensen ved en tøyning-off-set på 0,002.
(d) Bestem strekkfasthet for denne legeringen.
(e) Hva er den tilnærmede duktiliteten, i % forlengelse?
(f) Beregn det elastiske deformasjonsarbeidet (modulus of resilience).

Load N	*Length* mm
0	50.800
7,330	50.851
15,100	50.902
23,100	50.952
30,400	51.003
34,400	51.054
38,400	51.308
41,300	51.816
44,800	52.832
46,200	53.848
47,300	54.864
47,500	55.880
46,100	56.896
44,800	57.658
42,600	58.420
36,400	59.182
	Fracture

a)

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Data gitt i oppgaven
L0 = 50.8*10**(-3)
D = 12.8*10**(-3)


# Under strekk, fra tabell
F = np.array([0.000, 7330, 15100, 23100, 30400, 34400, 38400, 41300,
              44800, 46200, 47300, 47500, 46100, 44800, 42600, 36400])

L = np.array([50.800, 50.851, 50.902, 50.952, 51.003, 51.054, 51.308, 51.816,
              52.832, 53.848, 54.864, 55.880, 56.896, 57.658, 58.420, 59.182])*10**(-3)


# Tversnittarealet
A = (np.pi/4)*D**2

# Endring i lengde
dL = L-L0


# Tensile strain
epsilon = dL/L0

# Stress
sigma = (F/A)/(10**6) # Gjør om til MPa
# Plotter spenning som en funksjon av tøyning
plt.plot(epsilon, sigma)
plt.xlabel(r'$\epsilon$')
plt.ylabel(r'$\sigma$ [MPa]')
plt.show()

# Samme plot, men med mer detaljer i det elastiske deformasjonsområdet
plt.plot(epsilon, sigma)
plt.xlabel(r'$\epsilon$')
plt.ylabel(r'$\sigma$ [MPa]')
plt.xlim(0, 0.015)
plt.show()
```





b)

```python
# De første 5 punktene ligger ca. på linje, sees ved å bruke plt.scatter(epsilon, sigma)
# Lineær regresjon av de første 5 punktene
x = epsilon[:4]
y = sigma[:4]
parameters = (np.polyfit(x, y, 1))
print(f"E = {parameters[0]:.2e} MPa")
```

$$\Rightarrow \underline{\underline{E = 60\ 000 \text{ MPa}}}$$

c) Finner linja med stigningstall $= E$ som går gjennom $(0.002, 0)$

$$y - 0 = E(x - 0{,}002)$$

$$\underline{y = E(x - 0{,}002)}$$

```python
line = lambda x: parameters[0]*(x-0.002)

# Finner likningen for linja i skjæringen mellom kurvene.
# Finner først likningen for linja kurven treffer. Sees ved å bruke plt.scatter(epsilon, sigma)
epsilon2 = [epsilon[5:6]]
line2 = np.poly1d(np.polyfit(epsilon[5:7], sigma[5:7], 1))

# Definerer likningen
def equation(epsilon):
    return line(epsilon) - line2(epsilon)
# Løser likningnen (from scipy.optimize import fsolve)
eps = fsolve(equation, [0.002,0.008])
print(f"Flytegrensen er {line2(eps[0]):.2e} MPa")
```

$$\Rightarrow \underline{\underline{\sigma_y = 277 \text{ MPa}}}$$

d) Siden jeg trakk linjer mellom punktene isteden for en regresjon, er dette høyeste σ

```python
TS = max(sigma)
print(f"TS = {TS:.2e} MPa")
```

$$\Rightarrow \underline{\underline{TS = 369 \text{ MPa}}}$$

e) Duktiliteten er kun ved plastisk deformasjon $\Rightarrow$ må trekke fra elastisk del $\varepsilon_y \approx 0{,}005$:

$$\%EL = \left(\frac{l_f - l_0}{l_0} - 0{,}005\right) \cdot 100\% \Rightarrow$$

```python
EL = ((max(L)-L0)/L0 - 0.005)*100 # %
print(f"EL = {EL:.3f}%")
```

$$\Rightarrow \underline{\underline{\%EL = 16}}$$

f) Antar $\approx$ lineær elastisk region, da er $U_r \approx \dfrac{\sigma_y^2}{2E}$

```python
sigma_y = line2(eps[0])
E = parameters[0]
Ur = sigma_y**2 / (2*E)
print(f"Ur = {Ur*1000:.2f} kPa")
```

$$\Rightarrow \underline{\underline{U_r = 641 \text{ kPa}}}$$