Øving 6

(a) Finn et uttrykk for tidskonstanten τ for kokeplata (som funksjon av variable som U, A, T_L, T, Q, c_V, m (NB ikke la deg lure her!).

(b) Hva er verdien av tidskonstanten, gitt følgende data: m=1kg, A = 0.04 m^2, U = 100 W/m^2,K, c_V = 0.5 kJ/kg,K, ved t=0 er T_L=T=300 K, og Q øker fra 0 til 1 kW ved t=0 (igjen: ikke la deg lure!).

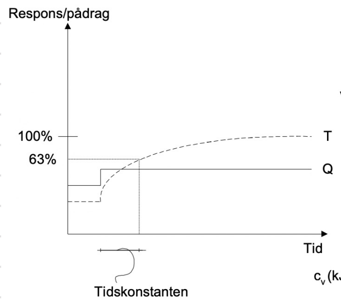
(c) **Uten regulering:** Som nevnt øker Q fra 0 til 1 kW ved t=0. Beregn T ved t=0,50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 500, 600 s og skisser tidsresponsen for T (tilsvarende det som er vist under men med tall inntegnet).

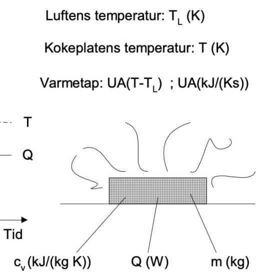
(d) **Med regulering:** Det skal brukes en PI-regulator til å holde kokeplatas temperatur konstant på setpunkt Ts = 500K (200K varmere enn omgivelsene). Tegn flytskjema med regulator inntegnet og bruk de modellbaserte SIMC-reglene for forsterkning og integraltid

$K_c = (1/k)(\tau/(\tau_c + \theta))$; $\tau_I = \min(\tau, 4(\tau_c + \theta))$; $\tau_c \geq \theta$

med valgt responstid $\tau_c = \theta$ (som gir en rask respons) til å beregne parametrene for PI-regulatoren, gitt at målingen av temperatur T har en dødtid på θ=10s. Hvordan forventer du at tidsresponsen for T blir med regulering (du skrur på reguleringen og kokeplata ved t=0)?

(Det forventes ikke at du løser ligningene. Merk at PI-regulatoren gir en ekstra diff-ligning (esktra tilstand), så dette er lettest å løse numerisk.)





a) Energibalanse: $\frac{dH}{dt} = H_{inn} - H_{ut}$

$$\frac{d}{dt}(mc_vT) = Q - UA(T - T_L)$$

$$mc_v\frac{dT}{dt} = Q - UA(T - T_L)$$

Fra appendix:
Standard første ordens ODE:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{y}{\tau} + \frac{ku}{\tau}$$

Skriver om til standard form:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T}{mc_v/UA} + \frac{Q}{mc_v} + \frac{T_L}{mc_v/UA}$$

Ser nå at

$$\underline{\underline{\tau = \frac{mc_v}{UA}}}$$

b) $$\tau = \frac{1\,kg \cdot 0{,}5 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K}}{100\,\frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 0{,}04\,m^2} = \underline{\underline{125\,s}}$$

Fra appendix

$$\boxed{\begin{matrix} u_1 = Q, & k_1 = \frac{1}{UA} \\ u_2 = T_L, & k_2 = 1 \end{matrix}}$$

c) Må løse $$\frac{dT}{dt} = -\frac{T}{mc_v/UA} + \frac{Q}{mc_v} + \frac{T_L}{mc_v/UA} = -\frac{T}{\tau} + \frac{Q}{UA \cdot \tau} + \frac{T_L}{\tau} = -\frac{T}{\tau} + \frac{k_1u_1}{\tau} + \frac{k_2u_2}{\tau}$$

$k_1u_1 + k_2u_2 = ku$
$\frac{ku}{\tau} = b$

$$= -\frac{T}{\tau} + b$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{T}{\tau} + b$$

Fra appendix, er løsningen:

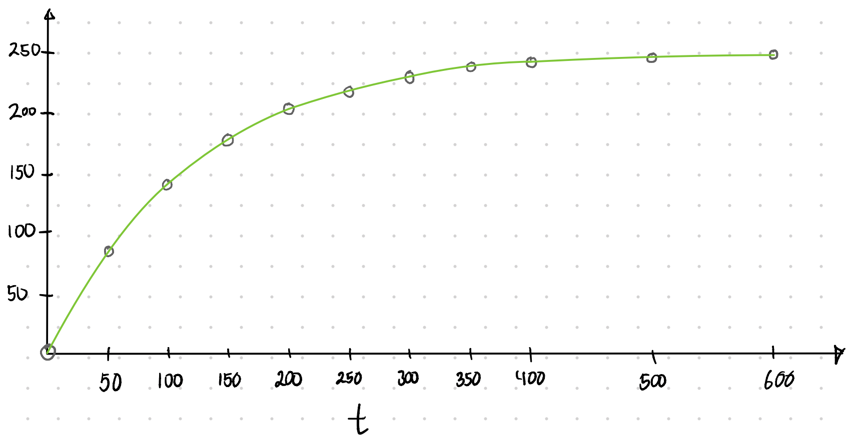
$$T(t) = T_0\, e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} + b\tau\left(1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T(t) = \Delta T(\infty)\left(1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}\right)$$

$$\Delta T(\infty) = T(\infty) - T(0) = b\tau - T_0 = \frac{\frac{Q}{UA} + T_L}{\tau} - T_0$$

$$= \frac{1\ \text{kW}}{100\frac{W}{m^2K}\cdot 0{,}04\ m^2} + \cancel{300K} - \cancel{300K} = \underline{250\,K}$$

$$\Delta T(t) = 250\,K\left(1 - e^{\left(-\frac{t}{125s}\right)}\right)$$



t [s]	ΔT(t)
0	0
50	82,42
100	137,67
150	174,70
200	199,53
250	216,17
300	227,32
350	234,80
400	239,81
500	245,42
600	247,94

d) $k = \frac{\Delta y(\infty)}{\Delta u} = \frac{250K}{1000W} = \underline{\underline{0{,}25\ K/W}}$

$\tau_c = \theta = 10\ s$

$4(\tau_c + \theta) = 4(20s) = 80s$

$\tau_I = \min(\tau, 4(\tau_c+\theta)) = \min(125s, 80s) = \underline{80s}$

$K_c = \frac{1}{k}\,\frac{\tau}{\tau_c + \theta} = \frac{1}{0{,}25\frac{K}{W}}\cdot\frac{125\cancel{s}}{20\cancel{s}} = \underline{\underline{25\ W/K}}$

$$\Rightarrow u(t) = T_s + K_c\left(e(t) + \frac{\int_0^t e(t)dt}{\tau_I}\right)$$

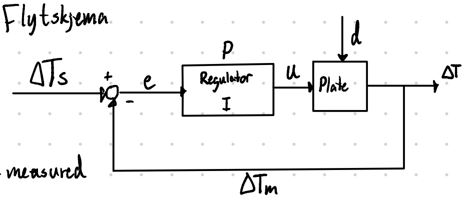
$$u(t) = u_0 + 25\,W/K\left(e(t) + \frac{\int_0^t e(t)dt}{80s}\right)$$

What is u_0 supposed to be? Do we choose freely?

$e(t) = \Delta T_s - \Delta T_m$

$= 200K - \Delta T_m$

• Flytskjema



m = measured

Forventer en rask tidsrespons på $\tau_c = 10s$