

**ØVING nr.1 TKP 4100 Strømning og Transportprosesser og
TMT 4206 Strømning og varmeoverføring**

Oppgave 1

Finn hastighet, akselerasjon og partikkelbaner i følgende tre tilfeller:

- a) $x = c_1 t^2, y = 0$
- b) $x = c_2 \cos \omega t, y = c_2 \sin \omega t$
- c) $x = c_3 e^{at}, y = c_3 e^{-at}$

hvor c_1, c_2, c_3, ω og a er konstanter, x og y er kartesiske akser og t er tiden.

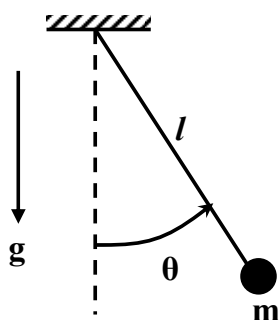
Oppgave 2

En fast partikkel av masse m synker under tyngdens innflytelse i en seig (viskøs) væske og utsettes derved for en motstandskraft $\mathbf{b}\mathbf{v}$, hvor $\mathbf{b}$ er en konstant og $\mathbf{v}$ er partikkelens instantane hastighet. For det tilfellet at partikkelen slippes løs fra ro ved tiden $t = 0$, bestem:

- a) Partikkelens bevegelseslikning med initialbetingelser.
- b) Partikkelens hastighet som funksjon av tiden, og vis at denne går mot en endelig grenseverdi $\mathbf{v}_g$ for store t .
Skissér forløpet $\mathbf{v} = \mathbf{f}(t)$.
- c) Partikkelens forskyvning som funksjon av tiden.

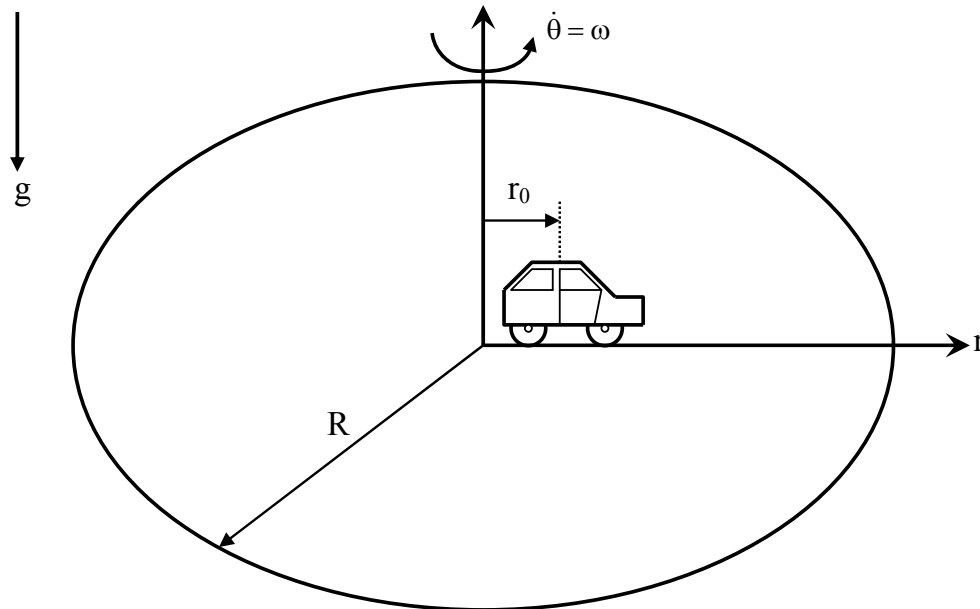
Oppgave 3

En matematisk pendel består av et massepunkt m opphengt i en masseløs snor av lengde l . Systemet kan bevege seg i vertikalplanet under tyngdens innflytelse.



- a) Finn pendelens bevegelseslikning ut fra energibetraktninger.
- b) Finn bevegelseslikningen direkte fra Newton's 2. lov.
- c) Hvilken løsning har bevegelseslikningen for små utslag omkring likevektsstillingen?

Oppgave 4



En lekebil står med hjulene i radiell retning på en lp-plate som vist på figuren. Platen roterer med med 33 runder pr. min., og den ligger horisontalt. Bilen har gummi hjul, og vil ikke kunne skli sidelengs på platen. Ved tiden $t=0$ står bilen stille i avstanden $r_0 = 1$ cm fra senter på platen som har radius $R = 15$ cm. Anta at bilen triller friksjonsløst i radiell retning.

- Sett opp Newton's 2.lov (på vektor-form) for bilen.
- Dekomponer Newton's 2.lov. Hvilken komponent vil du kalle bevegelseslikningen til bilen?
[Ikke løs likningen så sant du ikke har veldig lyst! Fasit: $r(t) = r_0 \cosh(\omega t)$]
- Hvilke krefter føler bilen under bevegelsen?

**ØVING nr.2 TKP 4100 Strømning og Transportprosesser og
TMT 4206 Strømning og varmeoverføring**

Oppgave 1

Betrakt jordens atmosfære som en ideell gass, og anta at temperaturen faller som

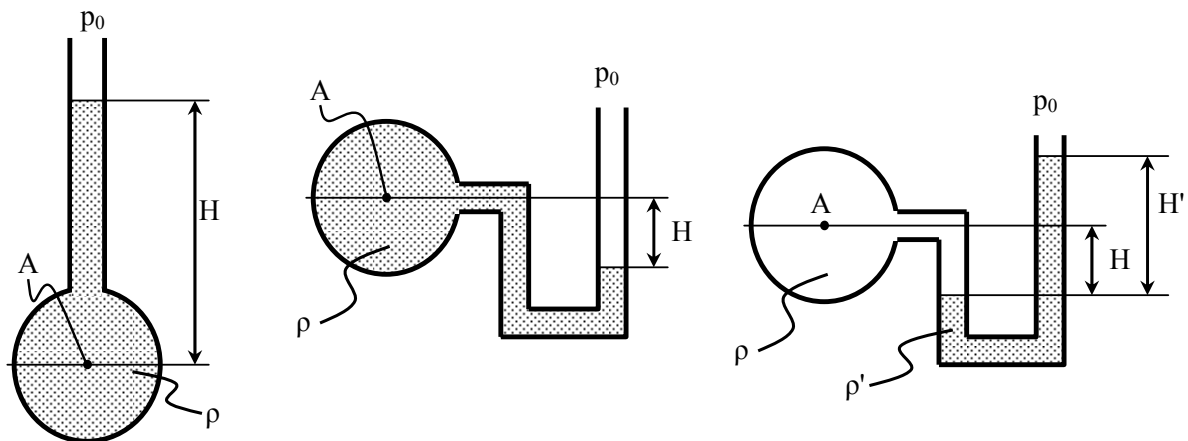
$$T(z) = T_0 - \alpha z$$

fra jordens overflate. Bestem trykket som funksjon av høyden z , når trykkets verdi ved jordoverflaten er p_0 . Hvor høyt opp kan du bruke svaret ditt ?

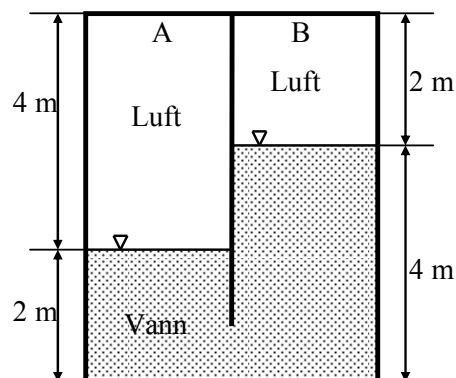
Tallverdier: $\alpha = 0.006 \text{ K/m}$

Oppgave 2

Finn trykket p i punkt A i de tre figurene under.



Oppgave 3

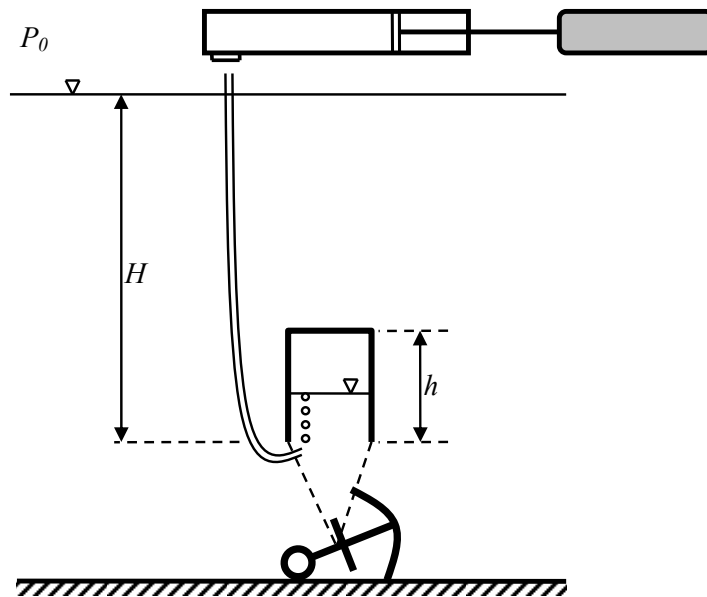


En lukket tank har en skillevegg stukket ned i vann slik at vi får to adskilte luftlommer. Trykket i punkt A (helt oppunder toppen i tanken) er målt til 95 kPa (absolutt) og temperaturen i tanken er 20 °C.

- Finn trykket i punkt B.
- Annta at luft-tettheten kan regnes konstant i de to luftlommene. Finn feilen du gjør når du neglisjerer vekten av luften i luftlommene. (Fasit: ca 0.04%)

Tallverdier: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $R_{\text{luft}} = 287 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$, ρ_{vann} : A2 i Geankoplis.

Oppgave 4

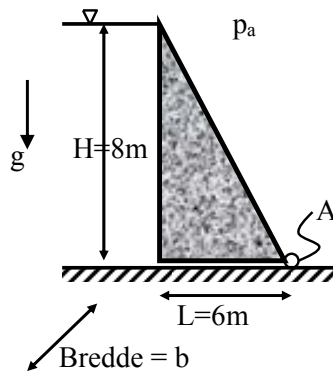


Et anker med masse $m = 100 \text{ kg}$ skal heves opp fra en vanndybde $H = 30 \text{ m}$ ved å bruke en 200 liters plastikk-tønne som en flottør. Tønne har en høyde $h = 1 \text{ m}$, og er festet med åpningen ned til ankeret som vist i figuren. Opprinnelig var tønne fylt med vann, men ved hjelp av en sykkelpumpe og en slange skal luft presses inn i tønne. Sykkelpumpen har en indre diameter på 1 tomme ($= 2.54 \text{ cm}$). Ankeret er av metall med relativ tetthet $SG = 5$, mens vann har tetthet $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Tyngdens akselerasjon er $g = 10 \text{ m/s}^2$ og atmosfæretrykket er $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

- Regn ut hvor stor kraft man må bruke på sykkelpumpen for å få luft inn i tønne.
(Fasit: 152 N)
- Regn ut hvor stort volum luft inne i tønne som må til for å løfte ankeret.

**ØVING nr.3 TKP 4100 Strømning og Transportprosesser og
TMT 4206 Strømning og varmeoverføring**

Oppgave 1

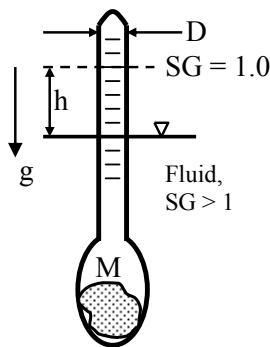


En demning sperrer vann med konstant tetthet ρ_{VANN} . Demningen har høyde H , lengde L og en bredde b inn i papirplanet. Den er bygd av sement med *relativ tetthet* SG ($= \rho_{\text{SEMENT}} / \rho_{\text{VANN}}$).

Vi skal finne SG slik at demningen ikke tipper. Da må vi sjekke *momentet* ($= \text{kraft} \cdot \text{arm}$) om punkt A. I oppgaven kan vi regne med *overtrykket* ("gage pressure"), fordi atmosfæretrykket gir ikke noen netto-kraft på demningen.

- Vis at $SG = 8/9$ er grenseverdien før tipping.
- Vann har sivet inn under demningen! Vis at $SG = 43/18$.

Oppgave 2



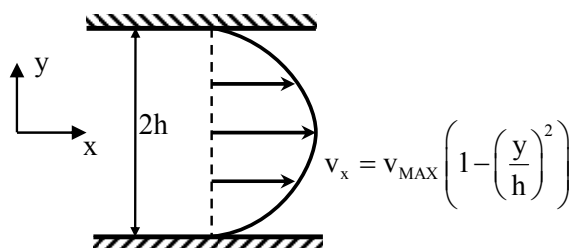
Hydrometeret brukes som en enkel tetthetsmåler. Stammen har en konstant diameter D , og massen M er (stort sett) lokalisert i bunnen slik at den flyter stabilt i vertikal-retning som vist. Hvis posisjonen $h = 0$ er måling i vann ($SG = 1.0$), vis at h ved måling i en eller annen væske med ukjent SG blir:

$$h = \frac{4M}{\rho_{\text{VANN}} \pi D^2} \left(1 - \frac{1}{SG} \right)$$

Oppgave 3

Finn *volumstrømmen* q , *gjennomsnittshastigheten* v_{av} , *massestrømmen* $\dot{m}$ og *skjærspenningen* τ_{yx} ved veggen for de to tilfellene under.

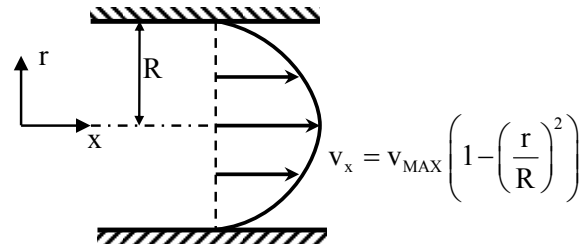
Strømning mellom to plater:



(bredde b inn i papirplanet)

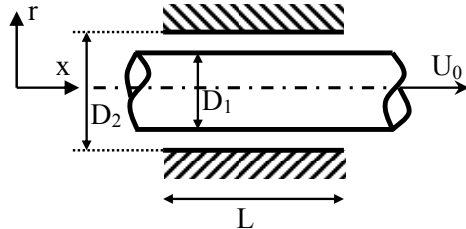
(Fasit: $v_{\text{MAX}} / v_{\text{av}} = 3/2$)

Rørstrømning: (radius R)



og $v_{\text{MAX}} / v_{\text{av}} = 2$)

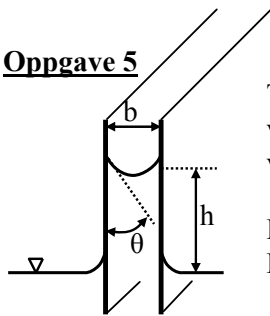
Oppgave 4



Et massivt rør med diameter $D_1 = 122$ mm er plassert inne i en konsentrisk sylinder med indre diameter $D_2 = 125$ mm og lengde $L = 200$ mm. Det er olje med *kinematisk viskositet* $\nu = 30$ cSt og *relativ tetthet* $SG = 0.9$ i gapet mellom røret og sylindren. Finn kraften som skal til for å bevege røret med en hastighet $U_0 = 1$ m/s idet vi antar at oljens hastighet varierer *lineært* i gapet.

Fasit: 1.38 N eller 1.41 N

Oppgave 5



To glassplater er plassert vertikalt ned i vann som vist i figuren til venstre. Avstanden mellom platene er b , og kapillæreffekten løfter vannet opp en høyde h .

Kontaktvinkel $\theta \approx 0$, Overflatespenning $T = 0.0728$ N/m.
Bruk $\rho = 998$ kg/m³ og $g = 9.81$ m/s².

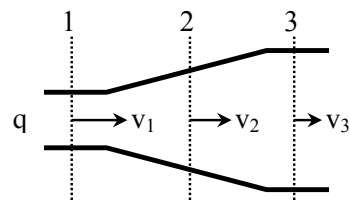
Finn et uttrykk for h . (For tilfellet $b = 1$ mm blir $h = 0.0149$ m)

**ØVING nr.4 TKP 4100 Strømning og Transportprosesser og
TMT 4206 Strømning og varmeoverføring**

Oppgave 1

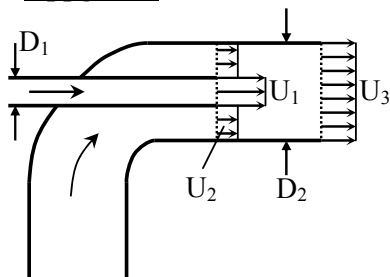
Vann med *kinematisk viskositet* $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ strømmer gjennom et sirkulært rør med diameter $D = 3 \text{ cm}$ med en hastighet på 2 m/s . Er strømmingen laminær eller turbulent ?

Oppgave 2



Finn gjennomsnittshastighetene v_1 , v_2 og v_3 i røret til venstre. Volumstrømmen $q = 800 \text{ liter/min}$ og snittene 1, 2 og 3 har diametre på 50, 60 og 100 mm.

Oppgave 3



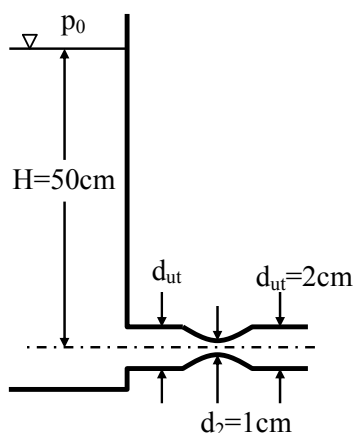
En jet-pumpe injiserer vann med hastighet $U_1 = 40 \text{ m/s}$ gjennom et rør med diameter $D_1 = 3 \text{ tommer}$ inn i et rør med diameter $D_2 = 10 \text{ tommer}$ der vannhastigheten $U_2 = 3 \text{ m/s}$ (i det annulære mellomrommet). Et stykke ned i røret har de to strømmene blandet seg sammen.

Finn gjennomsnittshastigheten U_3 .

(Fasit: 6.33 m/s)

Oppgave 4

Vann strømmer friksjonsfritt ut i atmosfæren gjennom et utløpsrør med diameter d_{ut} . Høyden H i karet holdes konstant.



- a) Utløpsrøret har en innsnevring d_2 . Finn trykket i innsnevringen.

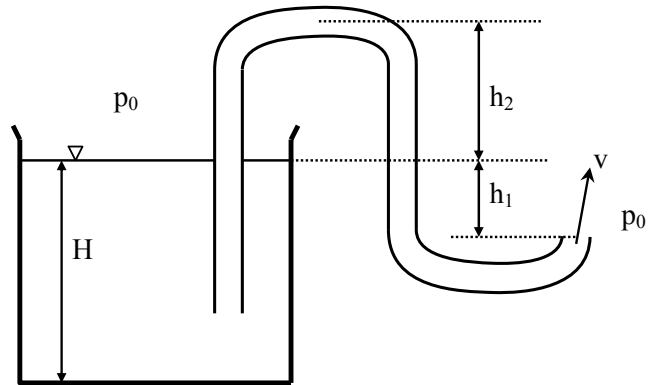
Fasit: 28 KPa

- b) Finn den minste diameteren d_2 kan ha før strømmingen *kaviterer* (= koker pga. strømningsforhold).

**ØVING nr.5 TKP 4100 Strømning og Transportprosesser og
TMT 4206 Strømning og varmeoverføring**

Oppgave 1

Væske strømmer fra et kar via en hevert. Karet er så stort at væskehøyden H kan regnes konstant. Hevertrøret har konstant tverrsnitt. Væsken er inkompressibel med tetthet ρ . Atmosfæretrykket er p_0 . Tyngdens akselerasjon er g . Friksjonstap kan neglisjeres.



a) Uttrykk væskens hastighet v gjennom heverten ved de oppgitte størrelser.

b) Bestem den maksimale verdi h_2 kan ha når h_1 og p_0 tenkes gitt, og vi fortsatt skal ha kontinuerlig væskestrøm gjennom heverten.

Sett inn til slutt i svarene:

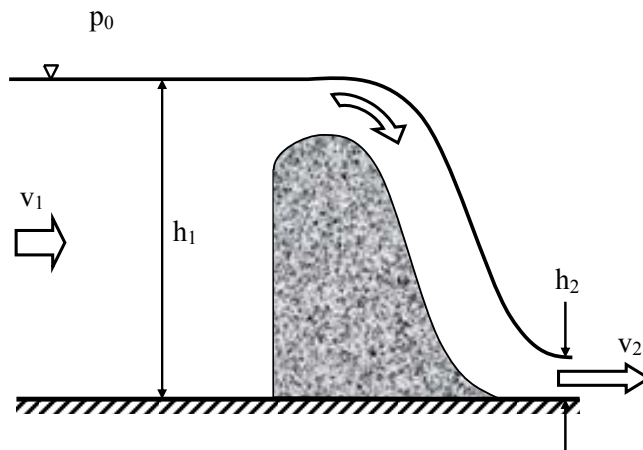
$$h_1 = 3\text{ m}, h_2 = 4\text{ m}, p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1\text{ atm.}, \rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Fasit: $h_2(\text{max}) = 7 \text{ m}$

Oppgave 2

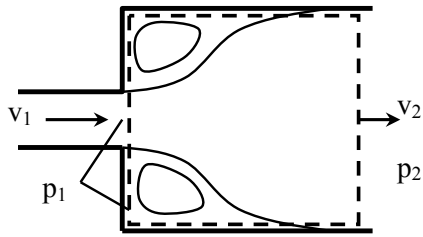
I en overløpsstrømning over en undervannsdemning er det hydrostatiske trykkforhold før og etter (snitt 1 og 2). v_1 og v_2 regnes konstant over sine respektive tverrsnitt. Neglisjær friksjon, og beregn:

- v_2
- Kraft per bredde på demningen.



Bruk $h_1 = 5.0 \text{ m}$, $h_2 = 0.7 \text{ m}$,
 $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
(Fasit: 9.28 m/s og 68.3 kN/m)

Oppgave 3



Et rør utvider seg fra tverrsnittsareal A_1 til A_2 . Gjennom det tynne røret strømmes væske med konstant hastighet v_1 . Det dannes virvler i hjørnene rett etter utvidelsen, men et stykke nedstrøms regnes hastigheten v_2 som konstant over tversnittet.

En slik utvidelse medfører mekanisk energi-tap, så Bernoulli fra 1 til 2 gir:

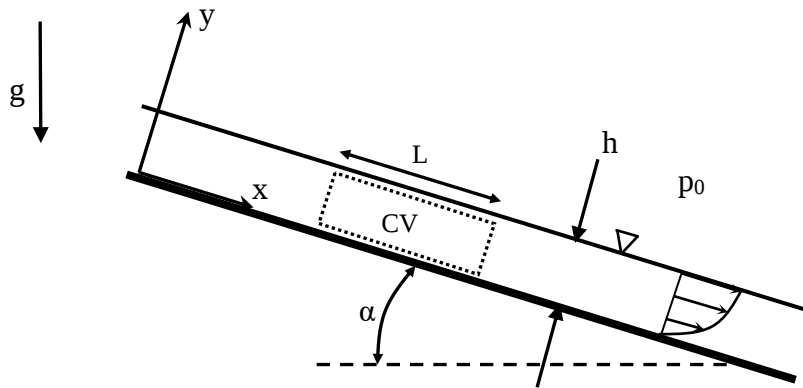
$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + \text{Tap}$$

Finn et uttrykk for tapet idet vi antar at trykket p_1 i det tynne røret og trykket inne i hjørnene er det samme (som faktisk viser seg som en god modell av virkeligheten). Neglisjér friksjonskraft i problemet.

$$\text{Fasit: } \text{Tap} = \frac{v_1^2}{2} \left[1 - \frac{A_1}{A_2} \right]^2$$

**ØVING nr.6 TKP 4100 Strømning og Transportprosesser og
TMT 4206 Strømning og varmeoverføring**

Oppgave 1



En væskefilm med tetthet ρ og viskositet μ renner laminært og stasjonært ned langs en rett plate som har en helning α med horisontalplanet. Væskefilmen har en konstant tykkelse h , og friksjonskraft mot atmosfæren kan neglisjeres.

Vi får oppgitt følgende forslag til løsning av strømningen:

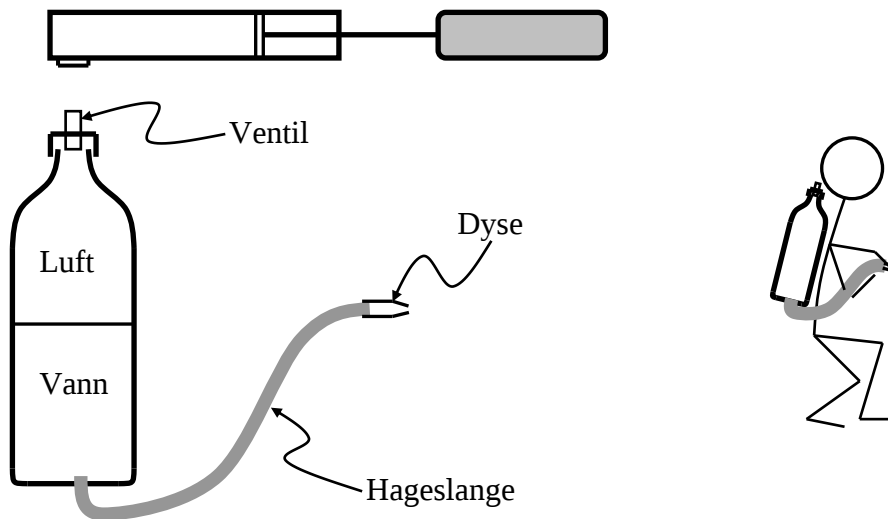
$$p(y) = p_0 + \rho g \cos \alpha (h - y) \quad \text{og} \quad v_x(y) = \frac{\rho g \sin \alpha}{\mu} \left(y h - \frac{1}{2} y^2 \right)$$

- a) Kontrollør at grensebetingelsene for trykk og hastighet stemmer.
- b) Betrakt kontrollvolumet CV plassert oppå plata vist i figuren som et stiplet rektangel. Kontrollvolumet har en lengde L i x -retningen, en høyde h i y -retningen, og en bredde B inn i papirplanet (z -retningen). Finn kreftene som virker på væsken inne i kontrollvolumet i både x - og y -retning, og vis at disse summeres til null.

Oppgave 2 (Eksamen Mai 2004)

Lille Per blir mobbet av nabogutten som har kjøpt seg en dyr og kraftig “Water Blaster” (vann-pistol). Lille Per har ingen penger, så vi skal hjelpe han med å lage en billig og effektiv vannpistol. I naboens hage kapper lille Per av 50 cm hageslange med 1 cm diameter. Slangen har en påmontert dyse med åpningsdiameter 0.5 cm. Fra naboguttens sykkel henter lille Per en ventil og en sykkelpumpe.

Sykkelventilen monteres i korken på en 1.5 liter brusflaske i plast. Hageslangen festes i flaskens bunn, og vi har en vannpistol-konstruksjon som skissert i figuren neste side. Flasken fylles halvveis med vann, og lufttrykket inne i flasken økes med sykkelpumpen.



Tyngdens aksellerasjon er $g = 10 \text{ m/s}^2$, vannet har tetthet $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, og brusflasken har en diameter på 10 cm.

Etter hvert som vannet strømmer ut vil lufttrykket inne i flasken bli mindre. Neglisjer dette og regn med statiske forhold inne i flasken i hele oppgaven.

- Lille Per er ikke så sterk, men han klarer å løfte 10 kg. Denne kraften bruker han på sykkel-pumpen som har en indre diameter på 1 tomme ($=2.54 \text{ cm}$). Hvor stort trykk oppnår lille Per i luftlommen inne i flasken?
- Ved å tappe naboens bildekk får lille Per et overtrykk på 240000 Pa i flasken. Finn et estimat på vannets utløpshastighet V_{ut} ved å regne strømmingen gjennom slangen og dysen uten tap. Hva blir Reynoldstallet N_{Re} i slangen? Bruk $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ for vannets kinematiske viskositet.
- Vi forutsetter turbulent strømming gjennom slangen. Ta hensyn til tap over rørkontraksjon gitt ved

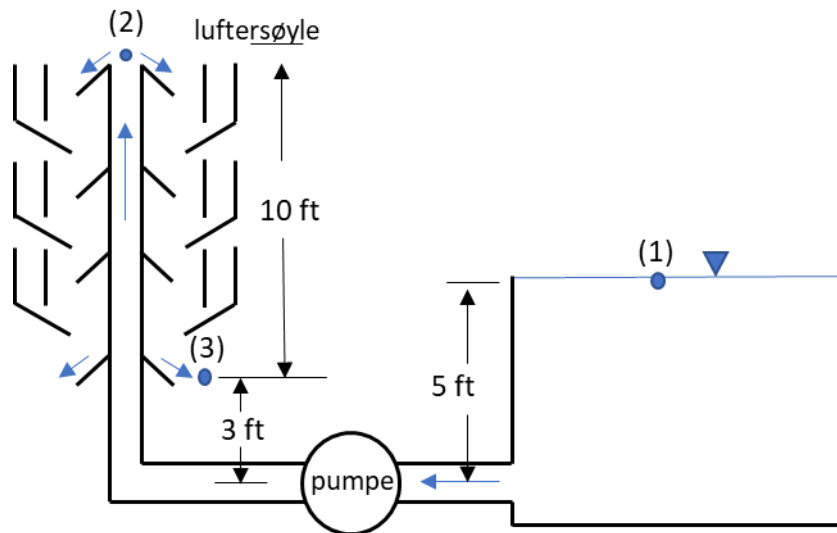
$$K_C = 0.55 \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \right)$$

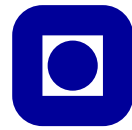
der A_1 og A_2 er rørtverrsnittene før og etter kontraksjonen (innsnevringen). Neglisjér friksjonstapet i vannslangen og finn vannets utløpshastighet V_{ut} nå.

- Friksjonstapet i vannslangen kan enkelt modelleres med tapsformelen $f = 0.079/(N_{\text{Re}})^{0.25}$. Anta en gjennomsnittshastighet på 10 m/s i vannslangen, og vurder hvor mye svaret i spørsmål c) endres. Vil utløpshastigheten øke eller avta hvis lille Per bruker batterisyre ($\nu = 5.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) eller bensin ($\nu = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) i stedet for vann?

Oppgave 3

Vann pumpes fra en tank, punkt (1), til toppen av en vannplantestråler, punkt (2), som vist i Fig med en hastighet på $3,0 \text{ ft}^3/\text{s}$. (a) Bestem kraften som pumpen legger til vannet hvis hodetapet fra (1) til (2) der $V_2 = 0$ er 4 ft. (b) Bestem hodetapet fra (2) til bunnen av luftakolonnen, punkt (3), hvis gjennomsnittshastigheten på (3) er $V_3 = 2 \text{ ft}^3/\text{s}$.





Ansvarlig:
Tore Haug-Warberg (haugwarb at nt dot ntnu dot no)

Bokmål

STRØMNING OG VARMETRANSPORT (TKP4100)

Tema: "*Numerisk løsning av isotherm kompressibel strømning*"
(ca. 8 timer)

Forkunnskaper:
lister, funksjoner, kompressibel strømning, `scipy.optimize`

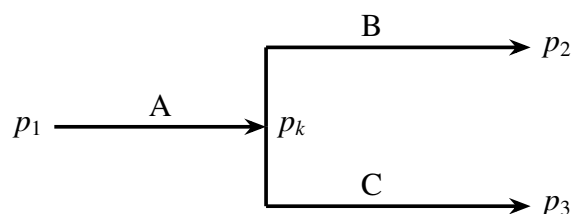
Etter å ha fullført denne oppgaven skal du kunne løse et ikke-lineært likningssett numerisk i Python ved hjelp av pakken `scipy.optimize`. Funksjonene du skal bruke er `scipy.optimize.brentq` og `scipy.optimize.roots`. For dokumentasjon:

<http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.brentq.html>

<http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.root.html>

Oppgave 1 Et horisontalt gassrør A deler seg i to og gir opphav til to rørstrekk B og C i knutepunktet k. De tre rørstrekkene har endepunkter 1, 2 og 3. Dimensjoner på alle rør samt trykkene i posisjon 1 og 2, er kjent. Anta isotherm og kompressibel strøm av metangass ved temperatur 298 K og neglisjer rørbend.

a) Sett opp alle likninger du trenger for å beregne trykket, p_3 , i posisjon 3 når det strømmer like mye gass ut av rør B og C. Se figur og oppgitte data.



```

# pipe segment A:
p_1    = 3          [bar]
L_A     = 10         [km]
D_A     = 10         [cm]

# pipe segment B:
p_2     = 1.8        [bar]
L_B     = 20         [km]
D_B     = 8          [cm]

# pipe segment C:
L_C     = 30         [km]
D_C     = 12         [cm]

# general data:
T       = 298        [K]
R       = 8.314       [J/mol*K]
epsd    = 0.0001      [-]
mu      = 0.00002     [N*s/m^2]
Mm(CH4) = 16         [g/mol]

```

b) Du skal nå skrive et program i Python som løser likningssettet fra deloppgave a). Målet er å finne trykket p_3 i posisjon 3. Til dette skal du bruke to ulike metoder i `scipy.optimize`. Siden likningssettet er ikke-lineært må du passe på å styre løseren i en fornuftig retning. Dette kan du gjøre ved å følge trinnene nedenfor:

- Start med å lage en funksjon som returnerer residualet av Colebrook-likningen. Funksjonen skal ta inn friksjonsfaktoren f og relativ rørruhet ϵ/d . Legg merke til at Colebrook-ligningen er avhengig av Reynold-tallet.
- Lag en funksjon som returnerer de resterende 5 residualene fordelt på 2 massebalanser og 3 energilikninger: Friksjonsfaktorene (f_A , f_B , f_C) finner du ved å bruke `scipy.optimize.brentq` på Colebrook-likningen i intervallet $[0.001, 0.1]$ inne i residualfunksjonen.
- Til slutt bruker du `scipy.optimize.roots` på funksjonen fra punkt 2. Bruk innstillingen `method = "lm"`. Gode startverdier for trykket er $p_3 = 1$ bar og $p_k = 2$ bar for henholdsvis posisjon 3 og posisjon k. Velg startverdier for massestrømmene selv.