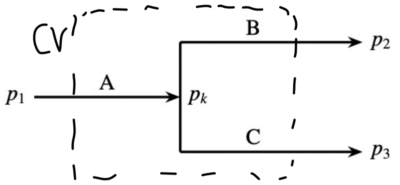
Øving 7

Oppgave 1 Et horisontalt gassrør A deler seg i to og gir opphav til to rørstrekk B og C i knutepunktet k. De tre rørstrekkene har endepunkter 1, 2 og 3. Dimensjoner på alle rør samt trykkene i posisjon 1 og 2, er kjent. Anta isoterm og kompressibel strøm av metangass ved temperatur 298 K og neglisjer rørbend.

a) Sett opp alle likninger du trenger for å beregne trykket, p_3, i posisjon 3 når det strømmer like mye gass ut av rør B og C. Se figur og oppgitte data.




```
# pipe segment A:
p_1     = 3             [bar]
L_A     = 10             [km]
D_A     = 10             [cm]

# pipe segment B:
p_2     = 1.8           [bar]
L_B     = 20             [km]
D_B     = 8              [cm]

# pipe segment C:
L_C     = 30             [km]
D_C     = 12             [cm]

# general data:
T       = 298             [K]
R       = 8.314    [J/mol*K]
epsd    = 0.0001         [-]
mu      = 0.00002  [N*s/m^2]
Mm(CH4) = 16           [g/mol]
```

$= \varepsilon/d$

Fra den gitte dataen kan vi sette opp 2 massebalanser

MB (1) $q_1 = q_2 + q_3$

(2) $q_2 = q_3$

La $G = \frac{\dot{m}}{A_{rør}}$, $q = \rho \cdot \dot{m} = \rho \cdot G \cdot A_{rør} = \rho \cdot G \cdot \frac{\pi}{4} D^2$

$$\Rightarrow \quad (1) \quad \cancel{\rho} \cdot G_A \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{4}} D_A^2 = \cancel{\rho} G_B \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{4}} D_B^2 + \cancel{\rho} G_C \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{4}} D_C^2 \Rightarrow D_A^2 G_A = D_B^2 G_B + D_C^2 G_C$$

Eq: Brukt i python, Eq1 $D_A^2 G_A - D_B^2 G_B - D_C^2 G_C = 0$

Tilsvarende blir (2): Eq2 $D_B^2 G_B - D_C^2 G_C = 0$

Kan også få 3 energibalanser

Energiligningen neglisjert potensiell energi og arbeid, innsatt massefluks G og delt på V^2:

$$G^2 \frac{dV}{V} + \frac{dP}{V} + \frac{4f}{2} \frac{G^2}{D} dL = 0$$

/ "Integrerer"

Setter prosessen isoterm $\Rightarrow T = \text{const.}$ $\quad V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{MP} = \frac{RT}{MP} \Rightarrow \frac{dP}{V} = \frac{MP}{RT} dP$

"per gram"

$$\Rightarrow \quad G^2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \frac{M}{2RT}\left(P_2^2 - P_1^2\right) + 2f G^2 \frac{L}{D} = 0 \Big/ \frac{V_2}{V_1} = \frac{nRT/P_2}{nRT/P_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$G^2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \frac{M}{2RT}\left(P_2^2 - P_1^2\right) + 2f G^2 \frac{L}{D} = 0$$

Settes opp for alle rørene:

Eq3: $G_A^2 \ln\left(\frac{P_A}{P_k}\right) + \frac{M}{2RT}\left(P_k^2 - P_A^2\right) + 2 f_A G_A^2 \frac{L_A}{D_A} = 0$

Eq4: $G_B^2 \ln\left(\frac{P_k}{P_B}\right) + \frac{M}{2RT}\left(P_B^2 - P_k^2\right) + 2 f_B G_B^2 \frac{L_B}{D_B} = 0$

Eq5: $G_c^2 \ln\left(\frac{P_k}{P_c}\right) + \frac{M}{2RT}\left(P_c^2 - P_k^2\right) + 2 f_c G_c^2 \frac{L_c}{D_c} = 0$

Må finne f_i, bruker Colebrook-likningen, (av en eller annen variant)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}71} + \frac{1{,}255}{N_{Re}\sqrt{f}}\right)$$

Får:

Eq6 $$\frac{1}{\sqrt{f_A}} + 4 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}71} + \frac{1{,}255}{N_{Re_A}\sqrt{f_A}}\right) = 0$$

Eq7 $$\frac{1}{\sqrt{f_B}} + 4 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}71} + \frac{1{,}255}{N_{Re_B}\sqrt{f_B}}\right) = 0$$

Eq8 $$\frac{1}{\sqrt{f_c}} + 4 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}71} + \frac{1{,}255}{N_{Re_c}\sqrt{f_c}}\right) = 0$$

Til slutt, må finne $N_{Re} = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \frac{G \cdot D}{\mu}$

$$\underbrace{\dot{m} = \rho \cdot q = \rho \cdot v \cdot A \Rightarrow G = \frac{\dot{m}}{A} = \rho v}$$

Eq9 $N_{ReA} = \frac{G_A \cdot D_A}{\mu}$

Eq10 $N_{ReB} = \frac{G_B \cdot D_B}{\mu}$

Eq11 $N_{ReC} = \frac{G_c \cdot D_c}{\mu}$

Har nå 11 likninger, med 11 ukjente => Løsbart

$$\underbrace{P_3, P_k, G_A, G_B, G_C}_{\text{Finner ved likningssystem Eq1 - Eq5}}, \underbrace{f_A, f_B, f_C, N_{ReA}, N_{ReB}, N_{ReC}}_{\text{Kan løses "enkelt" vis}}$$

b) Du skal nå skrive et program i Python som løser likningssettet fra deloppgave a). Målet er å finne trykket p_3 i posisjon 3. Til dette skal du bruke to ulike metoder i `scipy.optimize`. Siden likningssettet er ikke-lineært må du passe på å styre løseren i en fornuftig retning. Dette kan du gjøre ved å følge trinnene nedenfor:

- Start med å lage en funksjon som returnerer residualet av Colebrook-likningen. Funksjonen skal ta inn friksjonsfaktoren f og relativ rørruhet ϵ/d. Legg merke til at Colbrook-ligningen er avhengig av Reynold-tallet.
- Lag en funksjon som returnerer de resterende 5 residualene fordelt på 2 massebalanser og 3 energilikninger: Friksjonsfaktorene (f_A, f_B, f_C) finner du ved å bruke `scipy.optimize.brentq` på Colebrook-likningen i intervallet $[0.001, 0.1]$ inne i residualfunksjonen.
- Til slutt bruker du `scipy.optimize.roots` på funksjonen fra punkt 2. Bruk innstillingen `method = "lm"`. Gode startverdier for trykket er $p_3 = 1$ bar og $p_k = 2$ bar for henholdsvis posisjon 3 og posisjon k. Velg startverdier for massestrømmene selv.

Setter inn likningene i den utdelte koden, får den til å printe svarene, får:

$$\underline{\underline{P_3 = 246479 \text{ Pa}}}$$

$$\underline{\underline{P_k = 261986 \text{ Pa}}}$$