TMA4105 Matematikk 2

Skriftlig innlevering 3

Våren 2020

Innleveringsfrist: 13. mars 2020, kl. 16.00.

$\boxed{1}$ La T være legemet bestående av punkter $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ som oppfyller ulikheten

$$0 < \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} < 1 - |z|.$$

Regn ut massen av T med massetetthetsfunksjonen $\delta(x, y, z) = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-\frac{3}{4}}$.

$\boxed{2}$ La S være området gitt i sylinderkoordinater ved

$$(r - 2)^2 + z^2 \leq 1.$$

Skissér området og regn ut volumet av S.

$\boxed{3}$ Vektorfeltet $\mathbf{F}_a(x, y, z)$ er gitt ved

$$\mathbf{F}_a(x, y, z) = (1 + y^2, 2xy + z^2, 2ayz),$$

der $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ og a er et reelt tall.

Bestem en verdi for a slik at vektorfeltet blir konservativt, og finn en potensialfunksjon for $\mathbf{F}_a$ i dette tilfellet.

Regn ut linjeintegralet

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F}_a \cdot d\mathbf{r},$$

med a lik den verdien du fant ovenfor, og der $\mathcal{C}$ er kurven med parameterfremstilling

$$\mathbf{r}(t) = (t, \sin(\pi t), \cos(\pi t)), \qquad 0 \leq t \leq \frac{1}{2}.$$

$\boxed{4}$ La S være den delen av paraboloiden $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ som ligger innenfor kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Vis at projeksjonen av S ned i xy-planet er sirkelskiven

$$x^2 + y^2 \leq 2,$$

og regn ut arealet av S.