

Skriftlig innlevering 4

Høsten 2019

Innleveringsfrist: 15. november, kl. 16.00.

- 1 Avgjør om rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\pi + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{n}}$$

konvergerer eller divergerer.

- 2 a) Vis at potensrekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} x^n$$

konvergerer for alle $x \in \mathbb{R}$.

(Merk at $0! = 1$.)

- b) Finn et endelig uttrykk for summen av potensrekken gitt i a).

- 3 a) Finn taylorrekken om $x = 0$ (maclaurinrekken) til funksjonen

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

- b) Hvor mange ledd må vi ta med i taylorrekken for å beregne $f(1)$ med feil mindre enn 0.0005?

- 4 I et fiskeoppdrettsanlegg er det 1000 fisk. Ved tiden $t = 0$ begynner det å spre seg en smittsom, uhelbredelig, men ikke-dødelig sykdom i anlegget. Anta at antall fisk som blir smittet per tidsenhet er proporsjonal med både antall smittede fisk og antall fisk som ikke er smittet. La $N(t)$ betegne antall smittede fisk ved tidspunkt t .

- a) Forklar hvorfor

$$\frac{dN}{dt} = kN(1000 - N), \quad (*)$$

der k er en positiv konstant.

Hva kan du si om veksten i antall smittede fisk når over halvparten av bestanden er smittet?

La $N(0) = 1$ og $k = 0.005$.

- b) Bruk Eulers metode med $h = 0.25$ til å finne en tilnærming for $N(1)$.

- c) Finn en eksakt løsning av (*) med betingelsene gitt over. Hva blir $N(t)$ når $t \rightarrow \infty$?