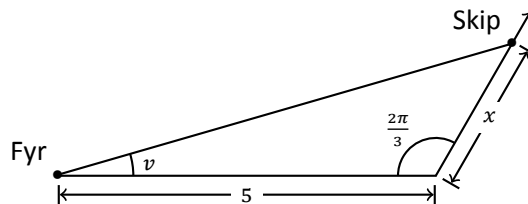


Skriftlig innlevering 2

Høsten 2019

Innleveringsfrist: 4. oktober, kl. 16.00.

- 1 Et skip som seiler på en rettlinjert kurs, observeres fra et fyrstårn. Figuren viser situasjonen sett ovenfra. Alle avstander er målt i nautiske mil og alle vinkler i radianer.



- a) Vis at

$$\tan v = \frac{x\sqrt{3}}{x+10}.$$

- b) Avstanden x og vinkelen v øker med tiden t . Vis at

$$x'(t) = \frac{(x+10)^2}{10\sqrt{3}} \cdot \frac{v'(t)}{\cos^2 v}.$$

- c) Når $v = \pi/6$, øker vinkelen v med en fart av 1 radianer per time. Hvor fort seiler skipet?

- 2 Angi en funksjon f slik at

$$\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n i \exp\left(-\frac{2i^2}{n^2}\right)$$

er en riemannsum for f på intervallet $[0, 1]$. (Her er $\exp(x) = e^x$.)

Finn grenseverdien

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n i \exp\left(-\frac{2i^2}{n^2}\right).$$

- 3 Bestem $a > 0$ slik at integralet

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos x \, dx$$

får størst mulig verdi. Finn så denne verdien.

- 4 Et legeme er laget av en kule med radius R ved å først dreie ut en sylinder med radius b og med akse gjennom kulesenteret. Langs sylinderaksen borer en så et hull med radius a . Dette gir et rørliknende legeme med veggtykkelse $b - a$, der endene er en del av kuleoverflaten.

Regn ut volumet av legemet uttrykt ved a , b og R .

